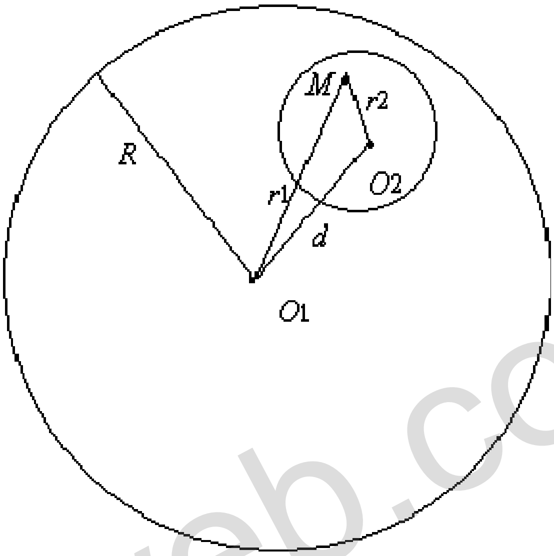
EM3.5. Champ dans une cavité sphérique.

On peut modéliser la cavité de rayon *a* creusée dans la sphère *R* comme la superposition d'une sphère chargée de rayon *a* de densité volumique -ρ de centre O_2 et d'une sphère pleine de rayon *R* de densité volumique ρ de centre O_1.



On applique le principe de superposition en un point *M* de la cavité :

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$$

$\vec{E}_1(M)$ champ créé par la distribution ρ

$\vec{E}_2(M)$ champ créé par la distribution -ρ

La symétrie et les invariances de chaque source permettent d'affirmer que chaque champ est radial :

$$\vec{E}_1(M) = E_{r_1}\vec{e}_1 \quad \text{avec } \vec{e}_1 = \frac{\overrightarrow{O_1M}}{r_1}$$

$$\vec{E}_2(M) = E_{r_2}\vec{e}_2 \quad \text{avec } \vec{e}_2 = \frac{\overrightarrow{O_2M}}{r_2}$$

On utilise le théorème de Gauss, en prenant pour chaque distribution une sphère de rayon r_i et de centre O_i pour surface fermée et passant par le point *M.*

$$\oiint \vec{E}_i.\overrightarrow{dS}_i = \frac{Q_{i\,\text{int}}}{\varepsilon_o}$$

$$\oiint E_{r_i}.dS = E_{r_i}.4\pi r_i^2 = \frac{4}{3}\pi r_i^2\left(\pm\rho\right)\frac{1}{\varepsilon_o}$$

$$E_{r_i} = \frac{1}{3\varepsilon_o}\left(\pm\rho\right)r_i$$

On obtient :

$$\vec{E}(M) = \frac{\rho}{3\varepsilon_o}\left(\overrightarrow{O_1M} - \overrightarrow{O_2M}\right)$$

$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{\rho}{3\varepsilon_o}\overrightarrow{O_1O_2}}$$

Le champ est uniforme en tout point intérieur de la cavité.

www.kholaweb.com